

Лекция 14

Вселенная де Ситтера и инфляционные модели

В прошлый раз мы обсудили космологические модели Фридмана. Во всех моделях такого типа присутствует начальная сингулярность, в которой плотность вещества равна бесконечности. Можно предположить, что имеется некоторый малый масштаб расстояний и времен, за которым классическая общая теория относительности перестает работать из-за квантовых эффектов. Этот масштаб можно попробовать оценить, составив комбинацию размерности длины из гравитационной постоянной G , скорости света c и постоянной планка \hbar :

$$l_{\text{Pl}} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \simeq 1.6 \cdot 10^{-33} \text{ см}, \quad t_{\text{Pl}} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \simeq 5.4 \cdot 10^{-44} \text{ с}. \quad (14.1)$$

Этот масштаб принято называть *планковской длиной*. Аналогично вводятся масштабы массы и энергии

$$m_{\text{Pl}} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \simeq 2.2 \cdot 10^{-5} \text{ г}, \quad E_{\text{Pl}} = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \simeq 2.0 \cdot 10^{16} \text{ эрг}, \quad T_{\text{Pl}} = \frac{E_{\text{Pl}}}{k_B} \simeq 1.4 \cdot 10^{32} \text{ К}. \quad (14.2)$$

Предположим, что начальные данные для фридмановских моделей следует задавать в момент времени, сравнимый с планковским. Тогда возникает несколько проблем.

1. Проблема плоской Вселенной. В настоящий момент времени $t_0 \simeq 4.4 \cdot 10^{17}$ с Вселенная в настоящее время представляется с высокой степенью точности плоской, то есть для плотности Вселенной ρ имеем

$$|\delta\Omega_0| = \frac{|\rho_0 - \rho_c|}{\rho_c} \lesssim 0.1. \quad (14.3)$$

В то же время, согласно уравнению (13.20) (или эквивалентной ему формуле для постоянной Хаббла (13.27)) имеем

$$\delta\Omega = \frac{\rho - \rho_c}{\rho_c} = \frac{\varepsilon}{\dot{a}^2}. \quad (14.4)$$

Если считать, что между «начальным» моментом t_{Pl} и моментом времени $t_r \sim 10^{13}$ с Вселенная была в стадии радиационного доминирования, так что $\dot{a}^2 \sim t^{-1}$, а начиная с t_r и почти до настоящего момента $t_0 \sim 10^{17}$ с — в пылевидной стадии, так что $\dot{a}^2 \sim t^{-2/3}$, имеем

$$|\delta\Omega(t_{\text{Pl}})| \sim |\delta\Omega_0| \left(\frac{t_{\text{Pl}}}{t_r}\right) \left(\frac{t_r}{t_0}\right)^{2/3} \sim 10^{-60}. \quad (14.5)$$

Итак, чтобы Вселенная оставалась приблизительно плоской в настоящее время, она должна быть невероятно близка к плоской в момент времени, когда фридмановские модели начинают работать.

2. Проблема однородности и изотропии Вселенной. Оценка устойчивости однородной и изотропной вселенной относительно возмущений показывает, что анизотропия и неоднородность фридмановских вселенных должна расти со временем. Для наблюдаемой однородности и изотропии в настоящее время, а также, особенно, для высокой ($\sim 10^{-4}$) изотропии реликтового излучения требуется невероятно высокая однородность и изотропия на планковском времени. Более подробный разбор выходит за рамки нашего курса. С этой проблемой тесно связана следующая проблема.

3. Проблема горизонтов. Предположим, наблюдатель находится в точке $\chi = \vartheta = \varphi = 0$ в момент времени t_1 . Мы хотим узнать, какую часть пространства он может видеть в пространственном слое при некотором значении времени $t < t_1$. Эта часть пространства ограничена значениями $\chi \leq \chi(t, t_1)$, такими что

$$\chi(t, t_1) = \eta_1 - \eta = \int_t^{t_1} \frac{dt}{a(t)}. \quad (14.6)$$

Эта величина дает радиус видимости, отнесенный к масштабному фактору. Как мы видели, в плоских фридмановских моделях $a(t) \sim t^\alpha$, где $0 < \alpha < 1$ ($\alpha = 2/3$ на пылевой стадии и $\alpha = 1/2$ на стадии радиационного доминирования). Легко видеть, что при $t \rightarrow 0$ относительный радиус видимости $\chi(t, t_1)$ конечен:

$$\chi(0, t_1) = \eta_1 \sim t_1^{1-\alpha}.$$

Чем меньше время t_1 , тем меньшую долю пространства вблизи сингулярности видит наблюдатель. А это значит, что у вещества в моменты времени близкие к начальному нет возможности прийти в какое-либо равновесие: пространство разделено на маленькие участки, не сообщающиеся между собой из-за конечности скорости света. Поэтому, если начальное состояние неоднородно, в дальнейшем со временем в зону видимости наблюдателя будет попадать все больше областей со своими неоднородностями, и Вселенная будет выглядеть крайне неоднородной и анизотропной.

Эти проблемы могут быть несколько ослаблены, если начальный момент t_c (по современным оценкам $t_c \sim 10^{-32}$ с, если мы примем шкалу времени, отвечающую радиационно-доминированной стадии), при котором надо задавать начальные условия уравнениям Фридмана много больше планковского времени t_{Pl} . Тем не менее, это кардинально не меняет ситуацию. Например, в этом случае должно быть $|\delta\Omega(t_c)| \sim 10^{-49}$, что тоже фантастически малая величина. Значит, необходимо тщательнейшим образом приготовить начальное условие для радиационно-доминированной стадии. Должна быть какая-то стадия развития Вселенной, которая их обеспечит.

Есть еще несколько проблем (**проблема большой массы и энтропии, проблема барионной асимметрии, проблема образования галактик** и др.), которые мы здесь не будем рассматривать, и которые также указывают на то, что *стадии радиационного доминирования должна предшествовать стадия, которая обеспечит необходимые начальные условия*. Эта стадия должна быть связана с новой физикой, так как никакая известная материя эту стадию реализовать не может.

Удобнее начать конструирование этой дополнительной стадии с проблемы горизонтов. Мы хотели бы, чтобы $\chi(t, t_1) \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow 0$. Это возможно при $\alpha \geq 1$. Однако, как легко показать, в таких системах $\rho \sim a^{-2/\alpha}$ и $p = \frac{2}{3\alpha} - 1 < 0$. Мы не знаем разумных физических моделей с такой зависимостью, кроме предельного случая $\alpha \rightarrow \infty$, который отвечает некоторым моделям теории поля, которые мы обсудим в конце лекции. В данный момент примем $\alpha = \infty$, так что

$$\rho = -p = \text{const}, \quad (14.7)$$

что соответствует космологической постоянной. Мы не будем считать это эффектом космологической постоянной по следующей причине. В момент времени t_c «космологическая постоянная» быстро снизилась на много порядков, возможно, до современного чрезвычайно низкого значения. Эта предрadiационная фаза называется *стадией инфляции*.

Итак, рассмотрим расширение Вселенной с материей, имеющей уравнение состояния (14.7). Если плотность ρ достаточно велика, масштабный фактор экспоненциально быстро растет и член εa^{-2} под корнем в (13.27) становится пренебрежимо мал. Это решает проблему плоской Вселенной. Чтобы не усложнять формул, впредь мы будем полагать кривизну пространства равной нулю и считать $a(t) = H^{-1}e^{Ht}$, где $H = \sqrt{\frac{8\pi}{3}G\rho}$. Коэффициент пропорциональности мы положили равным единице, так как мы можем его изменить сдвигом по времени $t \rightarrow t + \text{const}$. Коэффициент H^{-1} введен для того, чтобы масштабный параметр имел естественную размерность длины. Итак, имеем

$$\begin{aligned} ds^2 &= dt^2 - H^{-2}e^{2Ht}(d\chi^2 + \chi^2 d\omega^2) = dt^2 - H^{-2}e^{2Ht}(dx^2 + dy^2 + dz^2) \\ &= \frac{d\eta^2 - d\chi^2 - \chi^2 d\omega^2}{H^2\eta^2} = \frac{d\eta^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2}{H^2\eta^2}, \quad \eta = -e^{-Ht}, \end{aligned} \quad (14.8)$$

где

$$d\omega^2 = d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2.$$

Важно отметить, что в системе нет сингулярности: метрика определена для всех моментов времени $t \lesssim t_c$, $\eta < \eta_c < 0$. Формально метрика (14.8) решает проблему горизонтов

$$\chi(t, t_1) = e^{-Ht} - e^{-Ht_1} \xrightarrow[t \rightarrow -\infty]{} \infty. \quad (14.9)$$

На самом деле решение несколько сложнее, потому что метрика (14.8) неполна в прошлом.

Чтобы увидеть неполноту метрики (14.8), решим уравнение Гамильтона—Якоби для свободно падающей частицы:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial \eta}\right)^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial \mathbf{r}}\right)^2 = \frac{m^2}{H^2\eta^2}. \quad (14.10)$$

Полагая

$$S(\mathbf{P}; \eta, \mathbf{r}) = \mathbf{P}\mathbf{r} + S_\eta(\mathbf{P}; \eta),$$

находим

$$S_\eta(\mathbf{P}; \eta) = - \int d\eta \sqrt{\mathbf{P}^2 + m^2 H^{-2} \eta^{-2}}. \quad (14.11)$$

Дифференцируя функцию действия S по \mathbf{P} , получаем уравнение геодезической в виде

$$\mathbf{r} = \mathbf{P} \int \frac{d\eta}{\sqrt{\mathbf{P}^2 + m^2 H^{-2} \eta^{-2}}}. \quad (14.12)$$

Нетрудно вычислить собственное время в интервале времени $[t, t_1]$ ($t \leq t_1$):

$$\tau = \frac{m}{H^2} \int_\eta^{n_1} \frac{d\eta}{\eta^2 \sqrt{\mathbf{P}^2 + m^2 H^{-2} \eta^{-2}}} = m \int_t^{t_1} \frac{dt}{\sqrt{\mathbf{P}^2 H^2 e^{-2Ht} + m^2}}. \quad (14.13)$$

В случае $\mathbf{P} = 0$ (неподвижная частица) имеем $\tau = t_1 - t$ и $\tau \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow -\infty$. Однако при сколь угодно малых ненулевых импульсах мы получаем конечное собственное время:

$$\tau < \frac{m}{HP} \int_t^{t_1} dt e^{Ht} = \frac{m}{H^2 P} (e^{Ht_1} - e^{Ht}) < \frac{m}{H^2 P} e^{Ht_1}.$$

Чтобы прояснить ситуацию, перейдем к координатам светового конуса

$$u = \eta - \chi, \quad v = \eta + \chi. \quad (14.14)$$

Легко получаем

$$ds^2 = \left(\frac{2}{H(u+v)} \right)^2 \left(du dv - \left(\frac{v-u}{2} \right)^2 d\omega^2 \right). \quad (14.15)$$

Чтобы нарисовать диаграмму Пенроуза, сделаем преобразование координат к компактной области:

$$u = 2 \operatorname{tg} \frac{u'}{2}, \quad v = 2 \operatorname{th} \frac{v'}{2}. \quad (14.16)$$

Для метрики получаем

$$\begin{aligned} ds^2 &= \frac{1}{H^2 \sin^2 \frac{u'+v'}{2}} \left(du' dv' - \sin^2 \frac{v'-u'}{2} d\omega^2 \right) \\ &= \frac{d\eta'^2 - d\chi'^2 - \sin^2 \chi' d\omega^2}{H^2 \sin^2 \eta'} \\ &= dt'^2 - H^{-2} \operatorname{ch}^2 Ht' (d\chi'^2 + \sin^2 \chi' d\omega^2), \end{aligned} \quad (14.17)$$

где η', χ', t' определяются равенствами

$$u' = \eta' - \chi', \quad v' = \eta' + \chi', \quad \cos \eta' = \operatorname{th} Ht'. \quad (14.18)$$

Теперь нетрудно нарисовать диаграмму Пенроуза для области, покрываемой картой (14.8). Она представлена на Рис. 14.1(а). Виден смысле условия (14.9): зона видимости включает бесконечное прошлое. В то же время в координатах u', v' на линии $u' = -\pi$ ($u = -\infty$) нет никакой особенности метрики. Метрика гладко продолжается на всю область $-\pi < \eta' < 0$, $0 < \chi' < \pi$ (Рис. 14.1(б)). Поверхности $\eta' = 0, \pi$ отвечают бесконечному прошлому и бесконечному будущему. Любое движение до этих точек требует бесконечного собственного времени или бесконечного аффинного параметра, поэтому за них многообразие не может быть продолжено. Поверхности же $\chi' = 0, \pi$ являются особыми для метрики, поскольку являются на самом деле точками: пространство оказывается замкнутым.

Пространство, изображенное на Рис. 14.1(б), представляет собой сферу, которая сначала экспоненциально быстро сжимается, в момент $t' = 0$ сжатие сменяется расширением, которое тоже

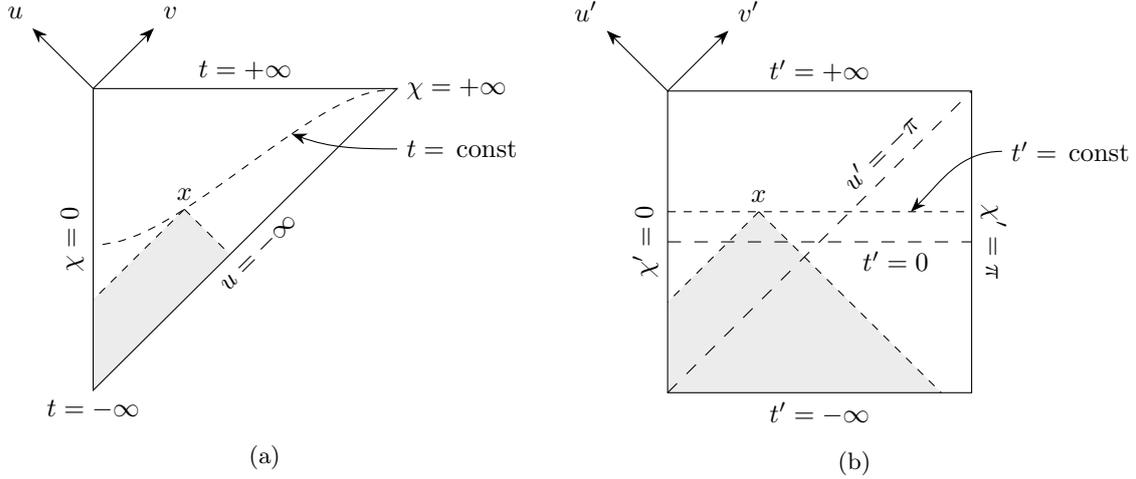


Рис. 14.1. Диаграмма Пенроуза экспоненциально расширяющейся вселенной. Каждой точке на диаграмме отвечает двумерная сфера радиуса $e^{Ht}\chi$ в пространстве $t = \text{const}$ и радиуса $\text{ch} Ht' \sin \chi'$ в пространстве $t' = \text{const}$. (a) Неполная диаграмма, покрывающая только карту (14.8). Серым закрашена область, видимая из точки x . (b) Полная карта. Линии $u = -\infty$ и $v = -\infty$ не являются особыми для метрики. Особыми являются линии $\eta' = 0$ ($t' \rightarrow +\infty$) и $\eta' = -\pi$ ($t' \rightarrow -\infty$).

оказывается экспоненциально быстрым. Мы замечаем, что область видимости наблюдателя в точке x в координатах t', χ' не охватывает всю область, где определена координата χ :

$$\chi(t', t'_1) = \eta'_1 - \eta' = \text{arctg sh } Ht'_1 - \text{arctg sh } Ht' \xrightarrow{t \rightarrow -\infty} \frac{\pi}{2} + \text{arctg sh } Ht'_1 < \pi.$$

Тем не менее, на стадии быстрого расширения действительно происходит сглаживание возмущений. Действительно, предположим, что вблизи перешейка имеется некоторая неоднородность с характерным масштабом l . В результате растяжения через время $T \gg H^{-1}$ эта характерная длина увеличится до $\sim e^{TH}l$ на много порядков больше l . Таким образом, наблюдатель в этот момент времени будет видеть почти однородную вселенную в своей окрестности. Неоднородности он будет наблюдать только вблизи границы видимости, то есть в далеком прошлом. Если затем инфляционная стадия сменится замедленным растяжением, когда удаленные участки вновь входят в горизонт видимости, *окрестность наблюдателя* в течение продолжительного времени будет вести себя как фридмановская вселенная. Это значит, что мы не можем делать твердых заключений об устройстве Вселенной в целом. Однородность и изотропия являются свойствами *видимой части Вселенной*. Сведения о реальной ее неоднородности и анизотропии мы можем черпать из наблюдений удаленных частей Вселенной с большими красными смещениями. Самое древнее событие, которое мы можем наблюдать в данный момент, это рекомбинация первичной электрон-протонной плазмы, которая произошла в возрасте Вселенной примерно 380 000 лет и привела к образованию реликтового излучения. Это — основной источник наших данных о ранней Вселенной и о неоднородности Вселенной в целом.

Чтобы оценить, во сколько раз раздулась Вселенная во время инфляционной стадии, давайте оценим, насколько далеко пространство от плоского в конце инфляции. Если считать, что вначале инфляции $|\delta\Omega(t_{\text{PI}})| = \dot{a}^{-2}(t_{\text{PI}}) \sim 1$, то к концу инфляции $|\delta\Omega(t_c)| = \dot{a}^{-2}(t_c) \sim 10^{-49}$. Так как на инфляционной стадии $\dot{a} = Ha$, раздутие Вселенной можно оценить как $a(t_c)/a(t_{\text{PI}}) \sim 10^{49/2} \sim 10^{24}$. С тех пор Вселенная расширилась еще в $(t_r/t_c)^{1/2}(t_a/t_r)^{2/3}e^{H_0(t_0-t_a)} \sim 10^{25}$ раз (t_a — начало ускоренной стадии). Соответственно, постоянную Хаббла на инфляционной стадии мы можем оценить снизу как $H \gtrsim |\delta\Omega(t_c)|^{-1/2}/a(t_c) \sim a_{\text{PI}}^{-1} \sim 10^{43} \text{ с}^{-1}$. Соответственно, если верить этой картине, стадия инфляции продолжалась примерно 10 планковских времен.

Чтобы лучше представлять себе пространство с метрикой (14.17), изучим его геометрические свойства. Начиная с этого момента мы будем опускать штрихи у параметров этой модели. С физической точки зрения (при $t \gtrsim H^{-1}$) это не очень существенно, а геометрически это исходные переменные (без штрихов) нам не понадобятся.

Рассмотрим пятимерное пространство Минковского с декартовыми координатами X^I , $I = 0, \dots, 5$. В этом пространстве построим гиперboloид:

$$\eta_{IJ}X^IX^J = -\alpha^2. \quad (14.19)$$

Этот гиперboloид с индуцированной метрикой является псевдоримановым пространством постоянной положительной кривизны с $K = \alpha^{-2}$. Это пространство называется *пространством де Ситтера 1-го рода* или просто *пространством де Ситтера*. В координатах $t, \chi, \vartheta, \varphi$, определенных равенствами

$$\begin{aligned} X^0 &= \alpha \operatorname{sh} \alpha^{-1}t, \\ X^1 &= \alpha \operatorname{ch} \alpha^{-1}t \cos \chi, \\ X^2 &= \alpha \operatorname{ch} \alpha^{-1}t \sin \chi \cos \vartheta, \\ X^3 &= \alpha \operatorname{ch} \alpha^{-1}t \sin \chi \sin \vartheta \cos \varphi, \\ X^4 &= \alpha \operatorname{ch} \alpha^{-1}t \sin \chi \sin \vartheta \sin \varphi, \end{aligned} \quad (14.20)$$

мы получаем метрику (14.17) (штрихи мы опустили!) с $H = \alpha^{-1}$. Иными словами $Ht, \chi, \vartheta, \varphi$ представляют собой угловые координаты на этом пространстве. Группа Лоренца $SO(1, 4)$ в пятимерном пространстве представляет собой полный набор непрерывных симметрий пространства де Ситтера. Размерность этой группы равна 10 и совпадает с размерностью группы Пуанкаре (группа Лоренца \times группа трансляций) четырехмерного пространства Минковского. Таким образом, пространство де Ситтера является псевдоримановым пространством сигнатуры $(1, 3)$ максимальной симметрии. Изотропные геодезические в пространстве де Ситтера даются прямыми в пятимерном пространстве. Времениподобные геодезические даются сечениями пространства де Ситтера двумерными времениподобными плоскостями в пятимерном пространстве. Все сечения пространства де Ситтера пространственноподобными гиперплоскостями, проходящими через точку 0, являются «большими кругами» и переходят друг в друга под действием группы $SO(1, 4)$. Область, покрываемая метрикой (14.8) покрывает половину пространства де Ситтера и отсекается изотропной гиперплоскостью в пятимерном пространстве, проходящей через точку 0.

Интересно также рассмотреть пространство постоянной отрицательной кривизны. Рассмотрим пятимерное пространство с сигнатурой $(2, 3)$ и декартовыми координатами Y^I , $I = -1, \dots, 3$. Построим в нем гиперboloид

$$\eta_{IJ}Y^IY^J = \alpha^2. \quad (14.21)$$

Это пространство кривизны $K = -\alpha^{-2}$ называется *пространством де Ситтера 2-го рода* или *пространством анти-де Ситтера*. Его тоже можно параметризовать несколькими разными способами. Глобальные координаты на нем даются переменными $\tau, \rho, \vartheta, \varphi$:

$$\begin{aligned} Y^{-1} &= \alpha \operatorname{ch} \rho \cos \tau, \\ Y^0 &= \alpha \operatorname{ch} \rho \sin \tau, \\ Y^1 &= \alpha \operatorname{sh} \rho \cos \vartheta, \\ Y^2 &= \alpha \operatorname{sh} \rho \sin \vartheta \cos \varphi, \\ Y^3 &= \alpha \operatorname{sh} \rho \sin \vartheta \sin \varphi. \end{aligned} \quad (14.22)$$

Метрика в этих координатах имеет вид

$$ds^2 = \alpha^2(\operatorname{ch}^2 \rho d\tau^2 - d\rho^2 - \operatorname{sh}^2 \rho d\omega^2). \quad (14.23)$$

Время τ является циклическим: имеет период 2π . Однако из вида метрики легко понять, что пространство анти-де Ситтера имеет максимальное покрытие с той же метрикой без особенностей, в котором время меняется от $-\infty$ до $+\infty$. Пространственные слои метрики анти-де Ситтера открытые и являются пространствами постоянной отрицательной кривизны $-\alpha^{-2}$.

Замечательное свойство пространства анти-де Ситтера состоит в том, что все геодезические, испущенные в некоторый момент времени τ из некоторой точки соберутся в той же точке в момент времени $\tau + \pi$. Это является прямой аналогией поведения геодезических на сфере: геодезические, начинающиеся в южном полюсе обязательно соберутся в северном. Отличие состоит в том, что

пространство анти-де Ситтера допускает накрытие с тем же свойством. Другая особенность состоит в том, что в пространстве анти-де Ситтера отсутствуют пространственноподобные поверхности Коши. Времениподобная бесконечность играет роль голой сингулярности производя новые данные в каждый момент времени.

Вернемся к экспоненциально расширяющейся вселенной. Мы вкратце обсудим, какие механизмы могли бы привести к инфляции. Предположим, что имеется скалярное поле Φ с действием

$$S[\Phi] = \int d^4x \sqrt{|g|} \left(\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \Phi \partial_\nu \Phi - V(\Phi) \right). \quad (14.24)$$

Мы не будем обсуждать природу поля. Может быть, это какое-то неизвестное фундаментальное поле, а может быть, конденсат каких-то полей. Как бы то ни было, его тензор энергии-импульса будет иметь вид

$$T_{\mu\nu} = \left(\partial_\mu \Phi \partial_\nu \Phi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} g^{\kappa\lambda} \partial_\kappa \Phi \partial_\lambda \Phi \right) + g_{\mu\nu} V(\Phi). \quad (14.25)$$

Предположим, что поле Φ постоянно в пространстве и по какой-то причине медленно меняется со временем. Тогда

$$T_{\mu\nu} \simeq g_{\mu\nu} \rho(t), \quad \rho(t) = V(\Phi(t)). \quad (14.26)$$

Это эквивалентно появлению космологической «постоянной», медленно меняющейся со временем. Если $V(\Phi) > 0$, это будет обеспечивать инфляционную стадию. Есть несколько предположений, как это может происходить. В одной из первых теорий предполагался локальный минимум в потенциале, удерживающий поле вблизи этого минимума. В какой-то момент, в результате изменения потенциала поле «вываливается» из этого минимума и сваливался в основной минимум $V(0) = 0$. Более современные теории предполагают то, что в результате первоначальной квантовой флуктуации поле «забрасывается» высоко по потенциалу, а потом уже классическим образом медленно спускается вниз. Можно показать, что при достаточно медленно растущем потенциале (например $V(\Phi) = \lambda \Phi^n$ при достаточно малом n и большом λ) поле будет «спускаться» достаточно медленно, чтобы обеспечить инфляционную стадию. Рассматриваются также модели с несколькими скалярными полями. Основная цель таких исследований состоит в том, чтобы подобрать модель, которая бы наилучшим образом согласовывалась бы с наблюдательными данными. Если эта цель более или менее достижима, то между такими моделями и теориями поля, возникающими в физике элементарных частиц, до сих пор имеется существенный разрыв.

Для модели (14.24) нетрудно написать уравнение движения. Уравнения Лагранжа принимают вид:

$$\partial_\mu (\sqrt{|g|} g^{\mu\nu} \partial_\nu \Phi) = - \frac{dV}{d\Phi}. \quad (14.27)$$

Здесь удобнее пользоваться временем t . Полагая, что поле Φ не зависит от пространственных координат, и используя метрику в виде (13.7) находим

$$\frac{d}{dt} \left(a^3 \frac{d\Phi}{dt} \right) = - \frac{dV}{d\Phi}.$$

Окончательно получаем

$$\begin{aligned} \ddot{\Phi} + 3 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\Phi} + V'(\Phi) &= 0, \\ \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\varepsilon}{a^2} &= \frac{8\pi}{3} G \left(\frac{\dot{\Phi}^2}{2} + V(\phi) \right). \end{aligned} \quad (14.28)$$

Нетрудно проверить, что уравнение (13.22) удовлетворяется автоматически. Важный факт состоит в том, что параметр Хаббла в первом из уравнений играет роль коэффициента трения. Таким образом, расширение Вселенной тормозит «скатывание» поля в потенциальную яму и, тем самым, продлевает инфляционную стадию.