

Лекция 8

Решение модели Тирринга методом анзаца Бете: спектр частиц и матрица рассеяния

Рассмотрим теперь море фермионов с дырками. Для этого обобщим уравнение (7.30):

$$m_0 L \operatorname{sh} \xi_k = -2\pi n_k + \sum_{l=1}^N \Phi(\xi_k - \xi_l). \quad (8.1)$$

Далее, определим $\xi(n)$ уравнением

$$m_0 L \operatorname{sh} \xi(n) = -2\pi n + \sum_{l=1}^N \Phi(\xi(n) - \xi_l) \quad (8.2)$$

В термодинамическом пределе определим спектральную плотность состояний $\rho(\xi)$ и спектральную плотность частиц $\rho^\bullet(\xi)$ следующим образом:

$$\rho(\xi(n)) = \frac{2\pi}{L|\xi(n+1) - \xi(n)|} \simeq \frac{2\pi}{L} \left| \frac{dn}{d\xi(n)} \right|, \quad \rho^\bullet(\xi) = \left\langle \frac{2\pi}{L|\xi_{k+1} - \xi_k|} \right\rangle_{\xi_k \simeq \xi} = \left\langle \frac{2\pi}{L} \left| \frac{dk}{d\xi_k} \right| \right\rangle_{\xi_k \simeq \xi}. \quad (8.3)$$

Вместо спектральной плотности частиц нам будет удобнее использовать спектральную плотность дырок $\rho^\circ(\xi) = \rho(\xi) - \rho^\bullet(\xi)$. В частности для одной дырки с параметром $\xi = \xi_0$ имеем $\rho^\circ(\xi) = 2\pi L^{-1} \delta(\xi - \xi_0)$. Совершенно аналогично выводу уравнения (6.26) получим интегральное уравнение

$$m_0 \operatorname{ch} \xi = \rho(\xi) + \int_{-\Theta}^{\Theta} \frac{d\xi'}{2\pi} \Phi'(\xi - \xi') (\rho(\xi') - \rho^\circ(\xi')). \quad (8.4)$$

Обозначив через $\rho_0(\xi)$ вакуумную плотность, то есть решение уравнения (7.31), и вычтя это уравнение из (8.4), получим

$$\delta\rho(\xi) + \int_{-\Theta}^{\Theta} \frac{d\xi'}{2\pi} \Phi'(\xi - \xi') \delta\rho(\xi') = \int_{-\Theta}^{\Theta} \frac{d\xi'}{2\pi} \Phi'(\xi - \xi') \rho^\circ(\xi'). \quad (8.5)$$

Здесь

$$\delta\rho(\xi) = \rho(\xi) - \rho_0(\xi).$$

В пределе $\Theta \rightarrow \infty$ это уравнение легко решить методом Фурье. Применяя преобразование Фурье (7.35), получаем алгебраическое уравнение

$$\delta\tilde{\rho}(\omega) + \tilde{\Phi}'(\omega) \delta\tilde{\rho}(\omega) = \tilde{\Phi}'(\omega) \tilde{\rho}^\circ(\omega).$$

Легко проверить, что

$$\delta\tilde{\rho}(\omega) = -\frac{\operatorname{sh} \pi g \omega}{2 \operatorname{sh} \frac{\pi(1-g)}{2} \omega \operatorname{ch} \frac{\pi(1+g)}{2} \omega} \tilde{\rho}^\circ(\omega). \quad (8.6)$$

Начнем исследование решения (8.6) с вычисления заряда возбуждения, отвечающего дырке. Казалось бы, заряд дырки должен быть равен $N - N_0 = -1$. Однако это не так из-за ультрафиолетового обрезания. Когда меняется плотность дырок, меняется и плотность состояний, так что число состояний под обрезкой, то есть, в интервале $-\Theta < \xi < \Theta$ тоже меняется. Нас будут интересовать две величины:

$$\begin{aligned} \Delta N &= -L \int_{-\Theta}^{\Theta} \frac{d\xi}{2\pi} \rho^\circ(\xi) = -L \tilde{\rho}^\circ(0), \\ \Delta Q &= L \int_{-\Theta}^{\Theta} \frac{d\xi}{2\pi} (\delta\rho(\xi) - \rho^\circ(\xi)). \end{aligned} \quad (8.7)$$

В первой строчке мы предполагаем, что все дырки находятся под обрезкой, то есть $\rho^\circ(\xi) = 0$ при $|\xi| > \Theta$. Отношение

$$z^\circ = -\frac{\Delta Q}{\Delta N} \quad (8.8)$$

дает заряд дырки. Вычисляя

$$\Delta Q = -L \int_{-\Theta}^{\Theta} \frac{d\xi}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega\xi} \frac{\text{sh } \pi\omega}{2 \text{sh } \frac{\pi(1-g)}{2}\omega \text{ ch } \frac{\pi(1+g)}{2}\omega} \tilde{\rho}^{\circ}(\omega) \simeq \frac{\Delta N}{1-g}, \quad (8.9)$$

находим

$$z^{\circ} = -\frac{1}{1-g}. \quad (8.10)$$

Мы видим, что заряд дырки не является целым числом в терминах псевдочастиц. Иными словами, заряд частиц перенормируется.

Эта перенормировка имеет существенное последствие. Чтобы понять его, вернемся к выводу гамильтониана (7.2). Мы формально выводили его по классическим правилам из классического действия. Квантовый эффект состоит в том, что одна физическая частица составляет $|z^{\circ}|$ псевдочастиц, определенных в (7.6):

$$Q = |z^{\circ}| \int dx \psi_{\text{phys}}^+ \psi_{\text{phys}} + \text{const}, \quad (8.11)$$

где ψ_{phys} — физические поля, то есть именно те поля, которые обсуждались в лекции 2. Это значит, что

$$\psi = |z^{\circ}|^{1/2} \psi_{\text{phys}}. \quad (8.12)$$

Подставляя это в гамильтониан (7.2), мы видим, что физическая константа g_{phys} (которая была обозначена как g в лекции 2) связана с формальной константой g соотношением

$$g_{\text{phys}} = g|z^{\circ}| = \frac{g}{1-g} \quad \Leftrightarrow \quad g_{\text{phys}}^{-1} = g^{-1} - 1. \quad (8.13)$$

Если формальная константа связи меняется в пределах $-1 \leq g < 1$, то физическая меняется в пределах $-\frac{1}{2} \leq g_{\text{phys}} < \infty$ в согласии с результатами бозонизации.

Теперь вычислим энергию и импульс возбуждений. Энергия $E[\rho^{\circ}]$ и импульс $P[\rho^{\circ}]$ системы являются функционалами плотности дырок ρ° , причем энергия, связанная с возбуждениями, определяется как разность $E[\rho^{\circ}] - E[0]$. Имеем

$$E[\rho^{\circ}] - E[0] = m_0 L \int_{-\Theta}^{\Theta} \frac{d\xi}{2\pi} (\rho^{\circ}(\xi) - \delta\rho(\xi)) \text{ch } \xi,$$

$$P[\rho^{\circ}] = m_0 L \int_{-\Theta}^{\Theta} \frac{d\xi}{2\pi} (\rho^{\circ}(\xi) - \delta\rho(\xi)) \text{sh } \xi.$$

Ситуация здесь различна при положительных и отрицательных g .

При $g < 0$ интегралы в этих выражениях сходятся при $\Theta \rightarrow \infty$. Но если мы положим $\Theta = \infty$, мы получим, что $E[\rho^{\circ}] - E[0] = P[\rho^{\circ}] = 0$, так как $\delta\tilde{\rho}(\pm i) = \tilde{\rho}^{\circ}(\pm i)$. Поэтому следует перенормировать затравочную массу m_0 . Явное вычисление первой поправки, связанной с полюсами функции $\delta\tilde{\rho}(\omega)$ в точках $\omega = \pm i(1+g)^{-1}$ дает

$$E[\rho^{\circ}] - E[0] = L \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\xi}{2\pi} \epsilon(\xi) \rho^{\circ}(\xi), \quad P[\rho^{\circ}] = L \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\xi}{2\pi} p(\xi) \rho^{\circ}(\xi) \quad (8.14)$$

где

$$\epsilon(\lambda) = m \text{ch } \frac{\lambda}{1+g}, \quad p(\lambda) = m \text{sh } \frac{\lambda}{1+g}, \quad m = \frac{M}{\pi g} \text{ctg} \left(\frac{\pi}{2} \frac{1-g}{1+g} \right), \quad (8.15)$$

а константа M определяется равенством

$$m_0 = M \exp \left(-\frac{g}{1+g} \Theta \right) \sim M \left(\frac{m_0}{\Lambda} \right)^{g/(1+g)}. \quad (8.16)$$

Таким образом, частицы имеют релятивистский спектр с быстротой

$$\theta = \frac{\xi}{1+g}. \quad (8.17)$$

Вспоминая (2.35) и учитывая, что μ пропорционально m_0 , получаем

$$m_0 \sim M^{2-\beta^2}, \quad (8.18)$$

где β — константа связи модели синус-Гордона. Сравнивая это с (8.16), получаем соотношение

$$g = 1 - \beta^2.$$

В терминах физической константы связи имеем

$$g_{\text{phys}} = \beta^{-2} - 1,$$

что согласуется с (2.9). Заметим, что в первом порядке по теории возмущений по константе g разница между формальной и физической константами связи отсутствует. Она появляется в высших порядках теории возмущений, и важна для правильной интерпретации точных результатов.

При $g > 0$ ситуация несколько иная. Полосы функции $\delta\tilde{\rho}(\omega)$ при $\omega = \pm i(1+g)^{-1}$ становятся ближе к вещественной оси, чем точки $\pm i$. Это значит, что интегралы в формулах для импульса и энергии расходятся, что соответствует $m_0 \rightarrow 0$. Строго говоря, требуется явное вычисление $\delta\rho(\xi)$ и затем интегралов для энергии и импульса возмущений. Однако вся эта процедура приводит к ответам, получающимся аналитическим продолжением из области $g < 0$. Поэтому формула для перенормировки массы (8.16) верна и в этом случае.

Из выражения (8.6) можно немедленно извлечь матрицу рассеяния дырок. Чтобы сделать это, сравним изменение плотности состояний в модели Тирринга под влиянием дырок с изменением плотности состояний под влиянием частиц во вспомогательной модели частиц с заданной матрицей рассеяния. Именно, рассмотрим систему «бесспиновых» фермионов массы m с матрицей рассеяния $a(\theta) = e^{i\Psi(\theta)}$, $\Psi(-\theta) = -\Psi(\theta)$. Предположим, что эти фермионы живут в пространстве длины L с циклическими граничными условиями. Совершенно аналогично (7.25) получаем

$$e^{imL \text{sh } \theta_k} \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^N a(\theta_k - \theta_l) = 1. \quad (8.19)$$

Прологарифмируем уравнения:

$$mL \text{sh } \theta_k + \sum_{l=1}^N \Psi(\theta_k - \theta_l) = 2\pi n_k. \quad (8.20)$$

и сделаем термодинамический предел. Для этого определим $\theta(n)$ уравнением

$$mL \text{sh } \theta(n) = \sum_{k=1}^N \Psi(\theta(n) - \theta_k) = 2\pi n. \quad (8.21)$$

Затем расположим n_k по возрастанию и положим

$$\rho_*(\theta(n)) = \frac{2\pi}{L|\theta(n+1) - \theta(n)|} \simeq \frac{2\pi}{L} \left| \frac{dn}{d\theta(n)} \right|, \quad \rho_*^\bullet(\theta) = \left\langle \frac{2\pi}{L|\theta_{k+1} - \theta_k|} \right\rangle_{\theta_k \simeq \theta} = \left\langle \frac{2\pi}{L} \left| \frac{dk}{d\theta_k} \right| \right\rangle_{\theta_k \simeq \theta}. \quad (8.22)$$

Величина $\rho_*(\theta)$ имеет смысл плотности состояний, а величина $\rho_*^\bullet(\theta)$ имеет смысл плотности частиц. Тогда уравнение для плотности состояний примет вид

$$m \text{ch } \theta + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\theta'}{2\pi} \Psi'(\theta - \theta') \rho_*^\bullet(\theta') = \rho_*(\theta). \quad (8.23)$$

При нулевой плотности частиц ρ_*^\bullet имеем $\rho_{*0}(\theta) = m \text{ch } \theta$. Полагая $\delta\rho_* = \rho_* - \rho_{*0}$, имеем

$$\delta\rho_*(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\theta'}{2\pi} \Psi'(\theta - \theta') \rho_*^\bullet(\theta'). \quad (8.24)$$

Перейдем к фурье-образам

$$\delta\tilde{\rho}_*(\omega) = \int \frac{d\theta}{2\pi} \delta\rho_*(\theta)e^{i\theta\omega} \quad \text{и т.д.}$$

Уравнение (8.24) принимает вид

$$\delta\tilde{\rho}_*(\omega) = \tilde{\Psi}'(\omega)\rho_*^\bullet(\omega). \quad (8.25)$$

Теперь предположим, что вспомогательные фермионы и есть наши дырки. С учетом (8.17) отождествляем

$$\delta\rho_*(\theta) = \alpha\delta\rho(\alpha\theta), \quad \rho_*^\bullet(\theta) = \alpha\rho^\circ(\alpha\theta), \quad \alpha = 1 + g = 2 - \beta^2. \quad (8.26)$$

Имеем

$$\delta\tilde{\rho}_*(\omega) = \delta\tilde{\rho}(\alpha^{-1}\omega), \quad \tilde{\rho}_*^\bullet(\omega) = \tilde{\rho}^\circ(\alpha^{-1}\omega). \quad (8.27)$$

В этом предположении, сравнивая (8.27) с (8.6), получаем

$$i\Psi(\theta) = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\text{sh} \frac{\pi\omega}{2} \text{sh} \frac{\pi(p-1)\omega}{2}}{\text{sh} \pi\omega \text{sh} \frac{\pi p\omega}{2}} e^{-i\theta\omega} = 2i \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\text{sh} \frac{\pi\omega}{2} \text{sh} \frac{\pi(p-1)\omega}{2}}{\text{sh} \pi\omega \text{sh} \frac{\pi p\omega}{2}} \sin \theta\omega, \quad (8.28)$$

где параметр p определен соотношением

$$\beta^2 = 2 \frac{p}{p+1}.$$

Таким образом, функция $a(\theta) = e^{i\Psi(\theta)}$ является на самом деле компонентой матрицы рассеяния для одного типа частиц — антифермионов в массивной модели Тирринга. Опишем полную S -матрицу модели Тирринга/синус-Гордона [8]. Фермионная S -матрица является матрицей 4×4 в базисе $(++, +-, -+, --)$ («+» отвечает фермионам, а «-» — антифермионам):

$$S_{\text{MT}}(\theta) = \left(S_{\text{MT}}(\theta)_{\beta_1\beta_2}^{\alpha_1\alpha_2} \right) = \begin{pmatrix} a(\theta) & & & & \\ & b(\theta) & c(\theta) & & \\ & c(\theta) & b(\theta) & & \\ & & & & a(\theta) \end{pmatrix}. \quad (8.29)$$

Солитонная (бозонная) S -матрица для модели синус-Гордона отличается от этой S -матрицы только знаком:

$$S_{\text{SG}}(\theta)_{\alpha_1\alpha_2}^{\alpha'_1\alpha'_2} = -S_{\text{MT}}(\theta)_{\alpha_1\alpha_2}^{\alpha'_1\alpha'_2}, \quad \alpha_i, \alpha'_i = \pm. \quad (8.30)$$

Именно эту матрицу мы будем ниже обозначать через $S(\theta)$. Функцию $a(\theta)$ можно записать в виде

$$a(\theta) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{p}\right)\Gamma\left(1 + \frac{i\theta}{\pi p}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{p} + \frac{i\theta}{\pi p}\right)} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{R_n(\theta)R_n(i\pi - \theta)}{R_n(0)R_n(i\pi)}, \quad R_n(\theta) = \frac{\Gamma\left(\frac{2n}{p} + \frac{i\theta}{\pi p}\right)\Gamma\left(1 + \frac{2n}{p} + \frac{i\theta}{\pi p}\right)}{\Gamma\left(\frac{2n+1}{p} + \frac{i\theta}{\pi p}\right)\Gamma\left(1 + \frac{2n-1}{p} + \frac{i\theta}{\pi p}\right)}. \quad (8.31)$$

Это нетрудно проверить с помощью формулы Бинэ для логарифма гамма-функции:

$$\log \Gamma(z) = \left(z - \frac{1}{2}\right) \log z - z + \frac{\log 2\pi}{2} + \int_0^{\infty} \frac{dt}{t} e^{-tz} \left(\frac{1}{e^t - 1} - \frac{1}{t} + \frac{1}{2}\right).$$

Отношения коэффициентов $b(\theta)/a(\theta)$ и $c(\theta)/a(\theta)$ можно найти, решив уравнение Янга—Бакстера совместно с уравнением кроссинг-симметрии. Ответ имеет вид

$$\frac{b(\theta)}{a(\theta)} = \frac{\text{sh} \frac{\theta}{p}}{\text{sh} \frac{i\pi - \theta}{p}}, \quad \frac{c(\theta)}{a(\theta)} = \frac{\text{sh} \frac{i\pi}{p}}{\text{sh} \frac{i\pi - \theta}{p}}. \quad (8.32)$$

Соотношения (8.32) получаются решением уравнения Янга—Бакстера вместе с условием кроссинг-симметрии:

$$a(i\pi - \theta) = b(\theta), \quad c(i\pi - \theta) = c(\theta). \quad (8.33)$$

Выражение (8.31) можно получить как «минимальное» решение уравнения кроссинг-симметрии вместе с условием унитарности

$$a(\theta)a(-\theta) = 1, \quad b(\theta)b(-\theta) + c(\theta)c(-\theta) = 1, \quad b(\theta)c(-\theta) + c(\theta)b(-\theta) = 0, \quad (8.34)$$

которое сводится в данном случае к одному первому уравнению: $a(\theta)a(-\theta) = 1$.

Формула (8.31) позволяет легко найти особенности функций $a(\theta)$, $b(\theta)$ и $c(\theta)$ на мнимой оси. Особенность в интервале $(0, i\pi)$ (т.е. на физическом листе) отвечает связанному состоянию, если знак вычета по переменной $u = -i\theta$ в бозонной S -матрице положителен. При $0 < p < 1$ ($0 < \beta^2 < 1$) такие полюсы есть у $b(\theta)$ и $c(\theta)$:

$$u_n = -i\theta_n = \pi - \pi p n, \quad n = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{1}{p} \right\rfloor. \quad (8.35)$$

Это отвечает нейтральным связанным состояниям (бризерам в модели синус-Гордона) с массами

$$M_n = 2m \sin \frac{\pi p n}{2} \quad (8.36)$$

Матрицы рассеяния связанных состояний можно вычислить по следующему правилу. Пусть частица массы m_c является связанным состоянием частиц масс m_a и m_b , то есть диагональный матричный элемент $S(iu)_{ab}^{ab}$ бозонной матрицы рассеяния имеет полюс при $u = u_{ab}^c$ с положительным вычетом. Графически изобразим это так:

$$\begin{aligned} u_{ab}^c + u_{ca}^b + u_{bc}^a &= 2\pi, \\ 0 < u_{ab}^c, u_{ca}^b, u_{bc}^a &< \pi, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_{ab}^c &= \pi - u_{ab}^c, \\ \bar{u}_{ca}^b &= \pi - u_{ca}^b, \\ \bar{u}_{bc}^a &= \pi - u_{bc}^a. \end{aligned}$$

(8.37)

Массы и угловые переменные связаны кинематическим соотношением

$$m_c = m_a e^{\pm i\bar{u}_{ca}^b} + m_b e^{\mp i\bar{u}_{bc}^a}. \quad (8.38)$$

Более явно

$$\cos u_{ab}^c = \frac{m_c^2 - m_a^2 - m_b^2}{2m_a m_b}, \quad \frac{\sin u_{ca}^b}{\sin u_{bc}^a} = \frac{m_b}{m_a}. \quad (8.39)$$

Очевидно, что при условиях (8.37) выполняется неравенство

$$|m_a - m_b| < m_c < m_a + m_b. \quad (8.40)$$

Все уравнения обладают симметрией относительно перестановок a, b, c . В симметричном виде можно написать

$$\sin u_{ab}^c = \frac{\sqrt{2m_a^2 m_b^2 + 2m_a^2 m_c^2 + 2m_b^2 m_c^2 - m_a^4 - m_b^4 - m_c^4}}{2m_a m_b}. \quad (8.41)$$

Имеем

$$S(\theta)_{ab}^{ab} = \sum_c \frac{i\Gamma_{ab}^c \Gamma_{\bar{a}\bar{b}}^{\bar{c}}}{\theta - iu_{ab}^c} + O(1) \quad \text{при } \theta \rightarrow iu_{ab}^c. \quad (8.42)$$

Знак суммирования по c означает суммирование по различным внутренним состояниям частицы c . Графически изобразим это равенство так

$-i \operatorname{Res}_{\theta=iu_{ab}^c}$

=

(8.43)

Здесь коэффициенты Γ_{ab}^c приписаны вершинам. Теперь возьмем нижнюю половину диаграммы в правой части и пересечем ее с линией некоторой четвертой частицы d . Поскольку, вообще говоря, нам

понадобятся недиагональные элементы матриц рассеяния, будем штрихами (a', \dots) другие состояния тех же частиц. Имеем

$$(8.44)$$

Явно имеем уравнение на S -матрицу рассеяния частиц c и d :

$$\sum_{a', b', d''} \Gamma_{a' b'}^{c'} S(\theta + i\bar{u}_{ca}^{\bar{b}})_{a' d''}^{a' d'} S(\theta - i\bar{u}_{bc}^{\bar{a}})_{b' d}^{b' d''} = \sum_c \Gamma_{ab}^c S(\theta)_c^{c' d'} \quad (8.45)$$

Очень часто можно подобрать базис так, чтобы уравнение имело только одно промежуточное состояние c в правой стороне. Тогда правая сумма исчезает, и уравнение превращается в явное выражение для S -матрицы. Иногда можно сделать так, чтобы в уравнение входили только диагональные матричные элементы. Тогда знаки суммы в обеих частях, а также коэффициенты Γ исчезают, и мы получаем простую формулу

$$S(\theta)_{cd}^{cd} = S(\theta + i\bar{u}_{ca}^{\bar{b}})_{ad}^{ad} S(\theta - i\bar{u}_{bc}^{\bar{a}})_{bd}^{bd} \quad (8.46)$$

В рассматриваемой модели это так, поскольку связанные состояния нейтральны и пространства их внутренних состояний одномерны. Для рассеяния фермиона на связанном состоянии можно получить:

$$S_{\pm n}(\theta) \equiv S(\theta)_{\pm n}^{\pm n} = \prod_{k=1}^n S_{+1}\left(\theta + \frac{i\pi p(n+1-2k)}{2}\right), \quad S_{+1}(\theta) = \frac{\text{th}\left(\frac{\theta}{2} + \frac{i\pi(1-p)}{4}\right)}{\text{th}\left(\frac{\theta}{2} - \frac{i\pi(1-p)}{4}\right)} \quad (8.47)$$

При этом $S_{\pm n}(\theta) = S_{n\pm}(\theta)$. Рассеяние двух связанных состояний (бризеров) дается выражением:

$$S_{nn'}(\theta) \equiv S(\theta)_{nn'}^{nn'} = \prod_{k=1}^n \prod_{l=1}^{n'} S_{11}\left(\theta + \frac{i\pi p(n-n'-2k+2l)}{2}\right), \quad S_{11}(\theta) = \frac{\text{th}\frac{\theta+i\pi p}{2}}{\text{th}\frac{\theta-i\pi p}{2}} \quad (8.48)$$

Из этих формул нетрудно убедиться, что n -тый бризер является также связанным состоянием m -го и m' -го бризеров при $|m - m'| \leq n \leq m + m'$, $n - m - m' \in 2\mathbb{Z}$.

Задачи

1. Возьмите интеграл в (8.9) и получите (8.10).
2. Получите соотношения (8.14)–(8.15).
3. Найдите предел матрицы рассеяния (8.29)–(8.32) в пределе малых g и покажите, что он совпадает с (3.13).
4. Найдите квазиклассический в смысле модели синус-Гордона ($\beta^2 \rightarrow 0$) предел матриц рассеяния $S_{11}(\theta)$ и $S_{\pm 1}(\theta)$ и покажите, что он дается формулами (3.17), (3.34).
- 5*. Найдите спектр возбуждений, отвечающих решениям, у которых в дополнение к до конца заполненному морю Дирака имеются вещественные корни Бете. Найдите заряд этих возбуждений и их матрицу рассеяния. Отдельно рассмотрите случаи $-\frac{1}{3} < g < 0$ и $g > 0$.

Семинар 8

Решение уравнения Янга–Бакстера для модели Тирринга