Вопросы экзамена по курсу “Элементы теории интегрируемых систем”
весна 2006 г.

1. Два подхода к гамильтонову формализму – симплектические многообразия и Пуассоновы многообразия. Примеры пуассоновых структур. Понятие симплектического листа (без доказательства.)

2. Представление Лакса для уравнения KdV. Полуцелые степени оператора Шредингера. Высшие KdV.

3. Преобразование рассеяния для одномерного стационарного оператора Шредингера с убывающими на бесконечности коэффициентами. Непрерывный и дискретный спектр. Данные рассеяния.

4. Динамика KdV в терминах данных рассеяния. Динамика высших KdV в терминах данных рассеяния.

5. Функция Грина одномерного оператора Шредингера. Интегральные уравнения прямого преобразования рассеяния. Их вольтерровость.

6. Аналитические свойства собственных функций оператора Шредингера в области комплексных импульсов.

7. Обратная задача рассеяния для одномерного стационарного оператора Шредингера с убывающими на бесконечности коэффициентами: решение в терминах задачи Римана о факторизации. Сведение задачи Римана к системе сингулярных интегральных уравнений с помощью формулы Коши.

8. Разрешимость обратной задачи рассеяния для случая, когда дискретный спектр отсутствует. Формула, выражающая потенциал через асимптотику волновой функции при больших импульсах.

9. Безотражательные потенциалы – многосолитонные решениия KdV. Явные формулы.

10. Гамильтонова форма уравнения Кортевега-де Фриза. Скобка Гарднера-Захарова-Фаддеева.

11. Вариация коэффициента прохождения $\frac{\delta a(k)}{\delta u(x)}$

12. Скобка Ленарда-Магри. Понятие бигамильтоновой системы. KdV как бигамильтонова система.