

Задачи занятия 02 марта 2017 года.

Задача 1 Докажите, что открытый интервал $(0, 1)$ гомеоморфен прямой \mathbb{R} .

Задача 2 Докажите, что отрезок и квадрат не гомеоморфны.

Задача 3 Докажите, что если X и Y – компактные множества, то $X \times Y$ – компактно.

Задача 4 Докажите, что в топологии Тихонова произведение счетного числа компактных пространств компактно.

Задача 5 Докажите, что замкнутое кольцо, окружность и открытое кольцо гомотопически эквивалентны.

Задача 6 Проверьте, что $\pi_1(X, x_0)$ – действительно группа, а именно:

1. Определите единичный элемент.
2. Определите элемент, обратный к данному.
3. Докажите, что элемент группы не зависит от выбора параметризации пути, а именно: пусть задана непрерывная функция $\tau(t)$, отображающая отрезок $[0, 1]$ в отрезок $[0, 1]$ такая, что $\tau(0) = 0$, $\tau(1) = 1$ (не обязательно монотонная). Тогда $\gamma(\tau(t)) \sim \gamma(t)$.
4. Проверьте, что умножение ассоциативно: $\gamma_1 \circ (\gamma_2 \circ \gamma_3) \sim (\gamma_1 \circ \gamma_2) \circ \gamma_3$.

Задача 7 Вычислите группу π_1 для плоскости, из которой выброшены две точки.