

Программа курса  
**Современная геометрия**  
Кафедра ФОПФ МФТИ Проблемы теоретической физики  
при ИТФ им. Л.Д.Ландау  
весенний семестр 2007/2008г.

1. Понятие топологического пространства. Открытые и замкнутые множества. Вторая аксиома отделимости. Непрерывное отображение. Гомеоморфность. [1], [3], [4], [2], [8].
2. Понятие  $n$ -мерного многообразия. Гладкое отображение многообразий. Тензорные поля на многообразиях. [1], [3], [4].
3. Фундаментальная группа топологического пространства. Простейшие примеры. [1], [2].
4. Накрытие над локально односвязным пространством. Универсальное накрывающее пространство. Связь фундаментальных групп накрывающего и накрываемого пространства. Описание всех накрытий данного пространства в терминах фундаментальной группы. Универсальные накрывающие пространства двумерных поверхностей. [1], [2].
5. Определение группы Ли. Алгебра Ли группы Ли как алгебра левоинвариантных векторных полей. [1], [5], [8].
6. Универсальная обертывающая алгебра алгебры Ли. Теорема Пуанкаре-Биркгоффа-Витта о базисе универсальной обертывающей алгебры. [6], [7].
7. Свободная алгебра, порожденная системой образующих. Диагональный оператор. [6].
8. Свободная алгебра Ли, порожденная системой образующих. Теорема Фридрикса о характеристизации элементов свободной алгебры, лежащих в свободной алгебре Ли в терминах диагонального оператора. [6].
9. Построение локальной группы Ли по алгебре Ли (формулы Кэмпбелла-Хаусдорфа). [6], [8], [7].
10. Матричные алгебры, все элементы которых нильпотентны. Теорема Энгеля. Нильпотентные алгебры Ли. [6], [7], [5].
11. Разрешимые алгебры Ли. Теорема Ли. [6], [7], [5].
12. Подалгебра Картана. Теорема существования подалгебр Картана. Корневое разложение по подалгебре Картана. [6], [7], [5].

13. Форма Картана-Киллинга. Необходимое и достаточное условие разрешимости алгебры Ли в терминах формы Картана-Киллинга. Невырожденность формы Картана-Киллинга на простых алгебрах Ли. [6], [7], [5].
14. Одномерность корневых подпространств простой алгебры Ли. [6], [7], [5].
15. Системы корней в двумерном пространстве. [6], [7], [5].
16. Диаграммы Дынкина. [6], [7], [5].
17. Теорема классификации диаграмм Дынкина. [6], [7], [5].
18. Диаграммы Дынкина классических алгебр Ли. [6], [7], [5].

## Список литературы

- [1] Б.А.Дубровин, С.П.Новиков, А.Т.Фоменко. “Современная геометрия”. М.: Наука. 1986.
- [2] У.Масси, Дж.Столлингс. “Алгебраическая топология. Введение.” М:Мир, 1977.
- [3] Дж.Милнор, А Уоллес. “Дифференциальная топология. Начальный курс.” М:Мир, 1972
- [4] М.М.Постников. “Введение в теорию Морса” М.: Наука. 1971.
- [5] Ж.П.Серр. “Алгебры Ли и группы Ли.” М:Мир, 1969.
- [6] Н.Джекобсон. “Алгебры Ли.” М:Мир, 1964.
- [7] М.Гото, Ф.Гросханс. “Полупростые алгебры Ли.” М:Мир, 1981.
- [8] А.А.Кириллов. “Элементы теории представлений.” М.: Наука. 1978.