Задачи занятия 12 февраля 2014 года.

Задача 1 *Какие из 17 поверхностей 2-го порядка являются гладкими многообразиями?*

Задача 2 *Проверьте, что группы $SO(2)$, $O(2)$ – это многообразия. Опишите их топологию*

Задача 3 *Докажите, что группы $SO(n)$, $O(n)$ – это многообразия.*

Задача 4 *Докажите, что группы $SU(n)$, $U(n)$ – это многообразия.*

Задача 5 *Дано $2n$-мерное пространсво с координатами p_1, p_2, $\ldots$, p_n, q^1, q^2,$\ldots$, q^n Рассмотрим симплектическую структуру:*

$$[\vec{v}_1, \vec{v}_2] = \sum_{k=1}^{n} p_k^{(1)} q^{(2)k} - p_k^{(2)} q^{(1)k}$$

где

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} p_1^{(1)} \\ p_2^{(1)} \\ \ldots \\ p_n^{(1)} \\ q^{(1)1} \\ q^{(1)2} \\ \ldots \\ q^{(1)n} \end{bmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} p_1^{(2)} \\ p_2^{(2)} \\ \ldots \\ p_n^{(2)} \\ q^{(2)1} \\ q^{(2)2} \\ \ldots \\ q^{(2)n} \end{bmatrix},$$

Докажите, что группа $Sp(n)$ преобразований, сохраняюцих симплектическую структуру, являетс ямногообразием. Вычислите его размерность.

Задача 6 *Рассмтоим риманову поверхность*

$$w^2 = P(z),$$

где $P(z)$ – многочлен, все корни которого z_1, $\ldots$, z_n – простые. Докажите, что в окрестности точкек z_k w является регулярной функцией локального параметра $\sqrt{z - z_k}$.